

Proposta per la costituzione di un Gruppo di Lavoro UMI “Teoria dell’ Approssimazione e Applicazioni” (T.A.A.)

Aspetti scientifici

Quando si parla di Teoria dell’ Approssimazione si pensa necessariamente a quel settore della Matematica che si occupa d’indagare la teoria e i metodi per approssimare una generica funzione, univariata o multivariata, con altre funzioni più regolari, semplici da trattare e, in un certo senso più duttili da un punto di vista applicativo, rispetto alla funzione originaria. Un grande sviluppo di questo settore è avvenuto negli ultimi decenni grazie alle molteplici applicazioni che richiedono l’ utilizzo di tecniche di approssimazione certamente sofisticate, ma soprattutto veloci. Si sono quindi studiate nuove famiglie di funzioni approssimanti, applicate sia a problemi di data-fitting in dimensioni sempre più elevate, affrontando tra i tanti aspetti il cosiddetto problema della *core-dimensionality*, che ad interessanti ambiti applicativi tra i quali citiamo

- il *phase retrieval problem* per la ptychography che è una nuova e promettente tecnica usata nelle immagini a raggi X e nei microscopi elettronici,
- il *ray-tracing* numerico su aperture non standard in simulazioni di ottica astronomica,
- la costruzione di reti efficienti di sensori impiegati per l’analisi geospaziale,
- il monitoraggio delle attività cerebrali con tecniche di *neuro-imaging non invasive*,
- la teoria del controllo e l’analisi dei segnali,
- la modellizzazione matematica di problemi inversi con le loro svariate applicazioni anche in ambito medico (CT, SPECT, MRI) e ingegneristico,
- l’image processing, la compressione di immagini e la dinamica molecolare quantistica.

Tornando al data-fitting, si tratta di problemi che intervengono in diversi campi scientifici e riguardano tutti quei contesti applicativi in cui occorre interpretare e gestire dati ricavati da rilevazioni statistiche, misurazioni strumentali o esperimenti riguardanti un fenomeno del mondo reale. Tipicamente, si richiede di dedurre dai dati sperimentali l’andamento complessivo del fenomeno, oppure stime di informazioni intermedie mancanti, o anche previsioni sull’evoluzione del fenomeno stesso al di fuori dell’intervallo di rilevazione.

In svariate applicazioni di ingegneria, analisi finanziaria e scienze della vita, la ricerca di una descrizione funzionale dei dati sperimentali raccolti è motivata anche dalla conseguente possibilità di adottare potenti strumenti matematici per la loro analisi come, ad esempio, le trasformate di Fourier e/o Laplace oppure modelli basati su approcci analitici tramite, ad esempio l’ utilizzo della teoria degli operatori di tipo campionamento di Shannon e sue generalizzazioni o approcci integro-differenziali. Algoritmi di fitting sono anche ampiamente utilizzati in tutte quelle applicazioni in cui si fa uso di modelli 3D e rappresentazioni virtuali di oggetti reali. Le tecniche da impiegare per fare data fitting dipendono dal tipo di dati a disposizione, sparsi o strutturati, affetti o meno da rumore, di bassa o elevata numerosità, ma anche dall’ utilizzo che se ne deve fare. Tra le tecniche di fitting più impiegate c’è l’ interpolazione, che mira ad individuare una opportuna funzione, curva o superficie che passa per tutti i punti dati, e lo smoothing che permette di ricavare la funzione, curva o superficie che meglio approssima l’andamento dei dati assegnati. Gli strumenti teorici della Teoria dell’ Approssimazione di funzioni risultano poi cruciali nello studio di metodi numerici efficienti per la discretizzazione di equazioni funzionali di vario tipo, di ampio interesse in svariate ambiti applicativi, come ad es. il problema della diffusione della luce all’interno di una scena (Radiosity equation), problemi di aerodinamica (Prandtl type equations), di elasticità e, più in generale, in problemi differenziali di teoria del potenziale con riformulazione integrale. Anche le tecniche di quasi interpolazione sono ormai oggetto di studio da parte di diversi ricercatori, non solo per la loro importanza da un punto di vista teorico ma anche perché in molti problemi di natura applicativa si sono rilevati più performanti dei classici metodi di interpolazione.

Questa breve e necessaria premessa, serve a giustificare quanto la Teoria dell’ Approssimazione sia oggi più che mai un necessario strumento matematico funzionale alle innumerevoli applicazioni della “*complessità nella quotidianità*”, che richiede competenze matematiche diverse, sia analitiche che numeriche.

Già da diversi anni a livello di comunità scientifica nazionale si è sviluppata la proposta di RITA, *Rete Italiana di Approssimazione*. RITA è una rete scientifica nata ufficialmente nell’anno 2017, con l’obiettivo di

coinvolgere ricercatori e professori italiani o italiani all'estero, impiegati presso università ed enti di ricerca, che si occupano di Teoria dell'Approssimazione, dal punto di vista teorico, numerico e delle sue applicazioni. RITA accoglie anche tutti quegli studiosi, anche stranieri, che basano la propria ricerca prevalentemente nel campo dell'approssimazione. Per sua natura si tratta di una esperienza interdisciplinare e multidisciplinare. I risultati di questi primi anni di collaborazione si possono sintetizzare nella tabella qui sotto riportata, rimandando per maggiori dettagli ed informazioni alle attività delle rete, al link:

<https://sites.google.com/site/italianapproximationnetwork/>

Sedi coinvolte (università, centri di ricerca e istituti CNR)	22
Ricercatori attivi	70
Collaborazioni scientifiche (papers)	60
Progetti nazionali finanziati	5
Convegni e sessioni di convegni organizzati da membri della Rete	35

Sono numeri che rappresentano certamente una realtà vivace che ha come fine quello di far crescere nella comunità scientifica nazionale e internazionale, la consapevolezza di investire in questo campo di ricerca.

La creazione di un Gruppo UMI di "Teoria dell' Approssimazione e Applicazioni", che ha come asse portante l'esperienza di RITA, si può declinare allora secondo queste linee di sviluppo: **ricerca, formazione e divulgazione**. La **ricerca** in Teoria dell' Approssimazione ha sempre coniugato lo sviluppo di modelli teorici (principalmente analitici e numerici) con le loro ricadute applicative, come anche testimoniato dalle ricerche portate avanti negli ultimi anni da membri del gruppo. Alla luce della premessa riguardante le innumerevoli applicazioni, riteniamo doveroso investire in questo campo di ricerca, soprattutto alla luce della necessaria interdisciplinarietà richiesta alla ricerca moderna. Ispirandosi anche alla già consolidata esperienza di RITA, si propone un Gruppo di Lavoro UMI che sarà prioritariamente impegnato nel proporre una ricerca, che coniughi la teoria con le applicazioni, che si interfacci con centri di ricerca nazionali e stranieri, che crei legami di collaborazione tra i componenti, produca sinergie anche con il mondo dell' industria, al fine di migliorare anche la qualità della produzione scientifica. La ricerca è più efficace se supportata da una preparazione di base necessaria. Uno degli scopi del Gruppo di Lavoro sarà quello di promuovere la necessaria **formazione** nei percorsi a livello universitario, post-universitario e per ricercatori più maturi, interessati a studiare l'impatto delle nuove teorie nelle applicazioni. Saranno proposti anche percorsi formativi con diverse modalità: tutorials nell'ambito di settimane di ricerca o serie seminariali, approfittando anche della vasta rete di collaborazioni internazionali dei componenti. Il terzo aspetto a cui siamo particolarmente sensibili come comunità matematica nel suo complesso è la **divulgazione**. In questo ultimo periodo abbiamo maturato importanti competenze nell'uso di mezzi di comunicazione multimediali dei quali molti ricercatori non erano a conoscenza. E' una preziosa esperienza questa, che consentirà di comunicare in modo diverso, ma più efficace, il frutto delle nostre ricerche. Molti dei componenti il GdL sono da anni impegnati nella didattica innovativa e nella divulgazione. Saranno quindi loro il collante e il motore trainante per realizzare questo terzo obiettivo. Sono molteplici le attività divulgative, rivolte sia ad esperti scienziati che a neofiti curiosi di capire la complessità della materia. Naturalmente ci si avvarrà dei molteplici canali multimediali di comunicazione, ma come GdL si studieranno anche nuove idee per la diffusione ad un pubblico sempre più vasto delle ricerche, privilegiando in particolar modo i giovani, normalmente più abili nella comunicazione.

Riassumendo, la proposta di un Gruppo UMI di "Teoria dell'Approssimazione e Applicazioni", nasce dall'esigenza di diffondere maggiormente nella comunità matematica nazionale un settore che ha enormi potenzialità applicative, mettendo assieme le consolidate competenze di molti studiosi, accademici o afferenti ad enti di ricerca, con il desiderio di coniugare oltre alla ricerca di settore, la formazione e la divulgazione. Le collaborazioni e le sinergie con realtà extra-accademiche o scientifiche, saranno inoltre uno degli scopi da perseguire per aumentare l' interesse verso la matematica delle applicazioni.

Aspetti organizzativi e sociali

Il Gruppo di Lavoro svilupperà la propria attività secondo questi punti principali

- stimolare la ricerca tra i componenti del Gruppo soprattutto per quanto riguarda ricerche interdisciplinari;
- sostenere le attività scientifiche e di formazione: giornate di lavoro, serie di seminari, tutorials, workshops o conferenze;
- organizzare un'assemblea annuale del Gruppo: sarà il momento in cui si presenteranno i risultati del lavoro scientifico, nel primo anno sarà invece il momento di lancio dell'attività del Gruppo;
- proporre progetti e partecipare a bandi (nazionali ed internazionali) per accedere a fondi di ricerca;
- scambiarsi inviti a tenere seminari con l'obiettivo di conoscere in modo più approfondito le competenze dei componenti del Gruppo di Lavoro;
- diffondere e divulgare i successi delle proprie ricerche con un sito web dedicato e una newsletter;
- prevedere possibili sconti ai componenti, come fanno molte società scientifiche, per la partecipazione ad eventi organizzati in collaborazione con il Gruppo.

Attività del primo anno

Il Gruppo inizierà la sua attività con l'**Assemblea organizzativa** presumibilmente nei primi mesi del 2021.

L'Assemblea sarà tenuta durante il Convegno Annuale RITA a Reggio Calabria (vedi sotto). Sarà questo il momento fondante del Gruppo dove saranno indicate le finalità, gli obiettivi e presentate le attività previste.

Molti componenti sono già impegnati nell'organizzazione di eventi scientifici internazionali, per i quali riteniamo doveroso che vi sia l'impegno del Gruppo. Tra questi ricordiamo

- ◆ Mini Symposia nell'ambito del convegno SIMAI 2020: Parma, Gennaio 2021
- ◆ Convegno annuale RITA: Reggio Calabria, Febbraio 2021.
- ◆ FAATNA21: Functional Analysis, Approximation Theory and Numerical Analysis, 6-9 luglio 2021, Matera.
- ◆ DWCAA20: 5th Dolomites Workshop on Constructive Approximation and Applications, 6-10 settembre 2021, Alba di Canazei (TN).

Inoltre si prevede di organizzare:

- seminari (anche in modalità telematica): seminari di ricerca, di formazione, di divulgazione per personale accademico e per il personale aziendale coinvolto nelle ricerche;
- organizzazione di scuole di dottorato/post-doc e tutorials su temi emergenti dove è necessario disporre di tecniche avanzate di approssimazione;
- sito web del gruppo contenente una presentazione comprensiva di scopi e finalità, degli aderenti, delle loro attività di ricerca, comprese le ultime pubblicazioni e collaborazioni nazionali e internazionali, una lista dei convegni, corsi e seminari inerenti le attività del Gruppo, sia di ricerca, che formative e divulgative;
- articoli, rassegne, programmi utili per la divulgazione delle ricerche del gruppo
- emanazione di un bando per il "miglior paper di Teoria dell'Approssimazione" per giovani under 35.

Preventivo di eventuali fondi di cui si avvarrà il Gruppo

Il Gruppo pensa di avvalersi di una quota aggiuntiva (20/30 euro), il cui ammontare sarà deciso nell'Assemblea iniziale, da utilizzarsi per le attività del Gruppo, come indicato nella proposta.

Per le attività si potrà disporre di

- fondi di Ateneo per missioni, inviti di visitatori, supporto di giovani;
- fondi derivanti da progetti dei gruppi INdAM dei partecipanti al Gruppo (missioni e inviti di visitatori);
- fondi da progetti di ricerca locali, nazionali e internazionali;
- fondi di ricerca di base, ex 60%;
- fondi provenienti da centri di ricerca di Ateneo o anche da enti locali;
- eventuali sponsors del mondo dell'industria o altro.

Il Gruppo avendo già ampia esperienza di organizzazione di eventi e loro gestione amministrativa, se ritenuto necessario, si rende disponibile a gestire autonomamente i fondi a disposizione del Gruppo, ad eccezione delle quote aggiuntive di cui sopra.