

# Proprietà dinamiche negli spazi $L^p$

Emma D'Aniello e Martina Maiuriello

Dipartimento di Matematica e Fisica, Università degli Studi della Campania “Luigi Vanvitelli”

e-mail: *emma.daniello@unicampania.it*

e-mail: *martina.maiuriello@unicampania.it*

## **Unità di Interessi di Ricerca (UIR): Dinamica Lineare**

*Componenti: Donatella Bongiorno (Univ. Palermo), Emma D'Aniello (Univ. Luigi Vanvitelli), Luisa Di Piazza (Univ. Palermo), Martina Maiuriello (Univ. Luigi Vanvitelli)*

*Argomenti di ricerca: operatori lineari, caos, transitività, mixing, shadowing, iperbolicità.*

Negli ultimi decenni è stata ottenuta una raffica di risultati interessanti nell'area di ricerca Dinamica Lineare (Linear Dynamics), che è a cavallo tra Sistemi Dinamici e Teoria degli Operatori. Tali risultati riguardano proprietà dinamiche quali, per citarne solo alcune, transitività, mixing, Li-Yorke caos, shadowing, iperbolicità, Devaney caos, misure invarianti, ergodicità, iperciclicità. Probabilmente tale area è nata nel 1982 con la tesi di Ph.D. di C. Kitai [8], di Toronto. È diventata piuttosto popolare, grazie agli sforzi di molti matematici: contributi significativi sono stati dati dall'articolo fondamentale di G. Godefroy e J. H. Shapiro [5], dal survey di K.-G. Grosse-Erdmann [6] e dagli appunti di J. H. Shapiro [7], che hanno avuto una notevole influenza, sia sul suo sviluppo locale che sulla sua diffusione nella comunità matematica internazionale. Negli ultimi anni, nella scuola matematica francese e in quella spagnola, è stato svolto un lavoro molto importante da parte di matematici come F. Bayart, E. Matheron, e S. Griveaux.

La Dinamica Lineare promette di rimanere un'area di ricerca trainante, grazie soprattutto alla sua versatilità: le idee e le tecniche in essa impiegate influenzano non solo la matematica ma anche varie discipline scientifiche, e forniscono nuovi metodi per la descrizione dell'evoluzione di fenomeni di grande interesse con applicazioni particolarmente suggestive a discipline quali fisica, economia e biologia.

Contemporaneamente allo sviluppo della Dinamica Lineare, un altro campo è emerso come parte di essa: il campo degli operatori di composizione. F. Bayart, N. C. Bernardes, U. B. Darji e B. Pires hanno ottenuto, per tale classe di operatori, risultati caratterizzanti proprietà come transitività, mixing e caos secondo Li-Yorke [1], [3], avviando così una indagine sistematica sulla dinamica degli operatori di composizione. La motivazione per lo studio degli operatori di composizione è quella di avere una classe concreta e ampia di operatori che possono essere utilizzati come esempi e controesempi nella

Dinamica Lineare. Tale classe include, ad esempio, le shift pesate, che giocano un ruolo fondamentale nella Dinamica Lineare, e gli operatori indotti da odometri.

In collaborazione con D. Bongiorno, L. Di Piazza e U.B. Darji abbiamo ottenuto, nell'ambito degli operatori di composizione, risultati riguardanti misure sugli odometri che inducono la transitività e il mixing negli operatori di composizione [3]. In collaborazione con U.B. Darji e M. Maiuriello abbiamo ottenuto risultati caratterizzanti l'iperbolicità e la proprietà di shadowing per operatori di composizione in sistemi dissipativi [4].

In questa comunicazione saranno richiamati alcuni concetti di base della dinamica degli operatori lineari, quali ad esempio transitività, mixing, caos secondo Li-Yorke, iperbolicità e shadowing, nonché le problematiche a essi inerenti, e sarà fatto il punto sullo stato dell'arte.

## References

- [1] F. Bayart, U. B. Darji, and B. Pires, *Topological transitivity and mixing of composition operators*, J. Math. Anal. Appl., 465 (1), 125-139, 2018.
- [2] N. C. Bernardes, U. B. Darji, and B. Pires, *Li-Yorke chaos for composition operators on  $L^p$ -spaces*, Montash Math., 191, 13-35, 2020.
- [3] D. Bongiorno, E. D'Aniello, U. B. Darji, L. Di Piazza, *Linear Dynamics Induced by Odometers*, in corso di stampa in PAMS, DOI: <https://doi.org/10.1090/proc/15354> (<https://arxiv.org/abs/1906.11071>).
- [4] E. D'Aniello, U.B. Darji, M. Maiuriello, *Generalized Hyperbolicity and Shadowing in  $L^p$  spaces*, 2020 (<https://arxiv.org/abs/2009.11526>)
- [5] G. Godefroy and J. H. Shapiro, *Operators with dense, invariant, cyclic vector manifolds*, J. Funct. Anal., 98, 229-269, 1991.
- [6] K.-G. Grosse-Erdmann, *Dynamics of linear operators*, In *Topics in Complex Analysis and Operator Theory*, pp. 41-84, University of Malaga, 2007.
- [7] J. H. Shapiro, *Notes on the dynamics of linear operators*, Disponibile sul sito <http://home.wlu.edu/shapiro/Pubvit/LecNotes.html>, 2001.
- [8] C. Kitai, *Invariant closed sets for linear operators*, Ph.D. thesis, University of Toronto, Toronto, 1982.